

FENÓMENOS CAÓTICOS Y TEORÍA MATEMÁTICA DE LOS BILLARES

El CAOS está de moda

“El aleteo de las alas de una mariposa se puede sentir al otro lado del mundo”

El proverbio chino que motivó la denominación de 'efecto mariposa', introducido por el meteorólogo y matemático Edward Lorenz, tiene directa relación con el tipo de fenómenos al que se aplica. La atmósfera es un sistema caótico o desordenado, ya que es difícil de predecir, a diferencia de los sistemas estables, en los que pequeñas perturbaciones no modifican demasiado la evolución global. En un sistema caótico, una mínima variación puede provocar que este evolucione en formas completamente diferentes a las que estaban previstas. Es decir, una pequeña perturbación inicial –como una mínima turbulencia producida por el aleteo de una mariposa–, mediante un proceso de amplificación, podría generar un efecto considerablemente grande a largo plazo.

Al estudio de los fenómenos caóticos es a lo que se dedica el Dr. Roberto Markarian, matemático y profesor titular grado 5 del Instituto de Matemática y Estadística "Prof. Ing. Rafael Laguardia" (IMERL) de la Facultad de Ingeniería. En particular, Markarian se especializa en la teoría matemática de los billares, área en la cual tiene varios libros publicados, y ha escrito diversos artículos y libros de divulgación.

Luego de graduarse de matemático y de doctorarse en el Instituto de Matemática Pura y Aplicada (IMPA) de Brasil en un lapso de cinco años, el investigador se presentó a una beca que financia estadias de alto nivel. De esta manera, fue invitado a Moscú por la Academia de Ciencias de la URSS. Allí conoció a Jacob Sinai, el "padre" de la disciplina; precisamente, fue quien teorizó que los billares desordenados se podían trabajar con grandes herramientas matemáticas. "En ese momento comencé a trabajar con Nikolai Chernov, que era su discípulo. Escribimos nuestros primeros artículos en conjunto y trabajamos en un gran centro nuclear soviético", señala Markarian.

Más de diez trabajos en conjunto dieron paso a que Markarian y Chernov decidieran publicar *Billares Caóticos (Chaotic Billiards)*, un libro muy especializado, editado por la American Mathematical Society, dirigido a estudiantes de posgrado que quieran aprender todos los detalles técnicos sobre los

fundamentos de billares caóticos. Recientemente, Markarian dictó un curso en la Facultad de Ingeniería, basado en este libro, para estudiantes de posgrado en Matemática.

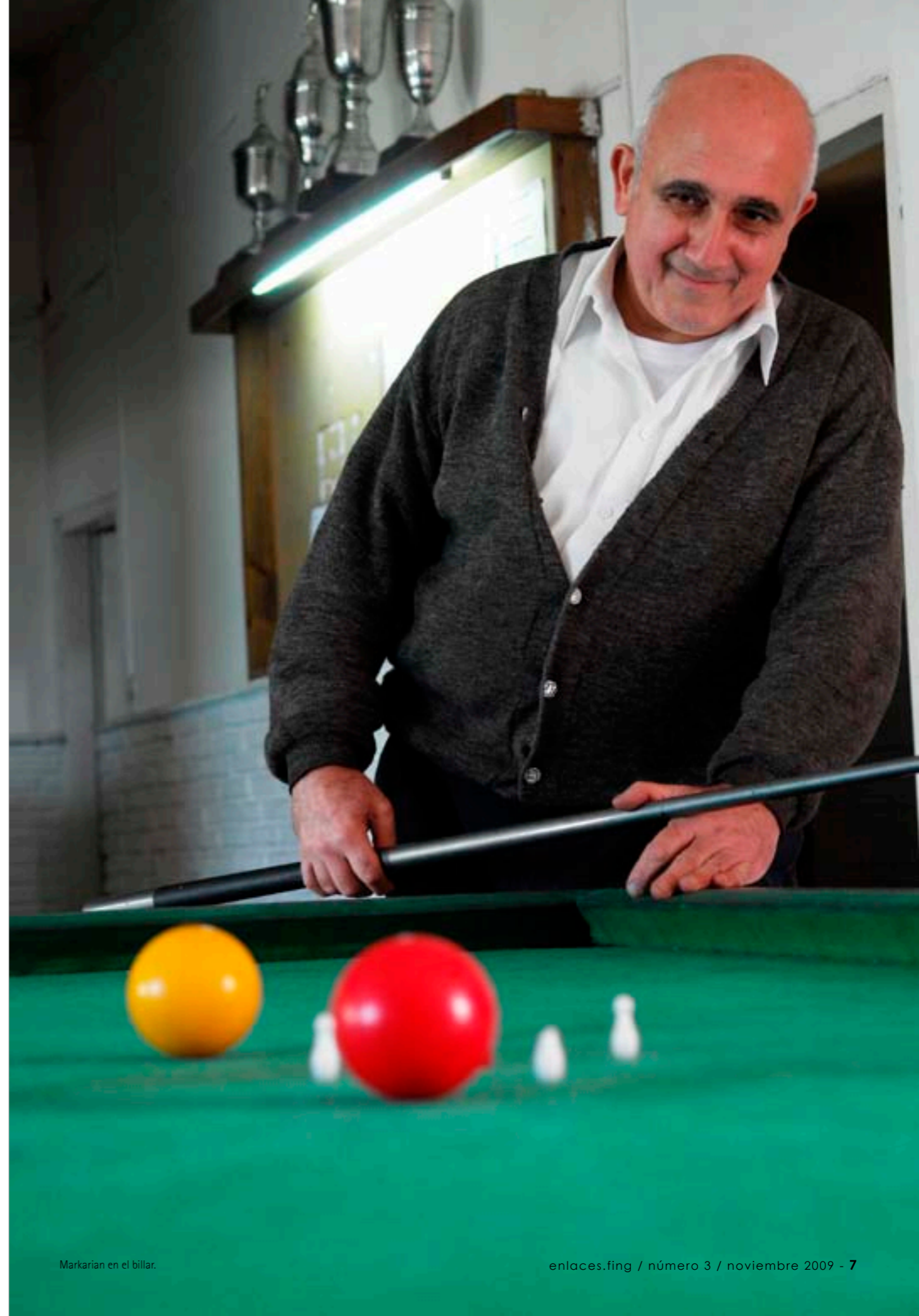
Teoría de los billares

"Los billares son un modelo sencillo para introducir matemática en el estudio de fenómenos desordenados", señala Markarian, uno de los pocos matemáticos en el mundo que se dedican a estudiar la teoría de los billares.

La teoría matemática de los billares consiste en tomar un punto y hacerlo chocar contra los bordes de lo que sería la mesa (que puede tener diversas formas), para luego analizar cómo evoluciona ese movimiento en tiempos muy largos. "Hay movimientos que son regulares pero hay movimientos simples que son desordenados", explica el investigador.

Cuando el punto choca contra el borde, el ángulo de rebote y de entrada es el mismo. "Lo notable es que saliendo con muy poca diferencia, luego de pocos choques, el punto –que simbolizaría la bola de billar– puede tomar una trayectoria muy distinta. Eso es el desorden. Un pequeño cambio inicial provoca grandes cambios posteriores: es el efecto mariposa", afirma Markarian.

Los orígenes de la teoría matemática de los billares se remontan a fines del siglo XIX, cuando el físico Ludwig Boltzmann ideó un modelo mecánico para estudiar el movimiento de los gases y deducir sus propiedades más visibles: temperatura, presión, entre otras. "Los gases se pueden modelar como moléculas de diferentes sustancias que se mueven chocando entre ellas. Al chocar, el movimiento que se produce es desordenado", explica Markarian. A partir de este modelo, Boltzmann explicó por qué si se colocan termómetros en diferentes lugares de una habitación estos darán la misma temperatura. "Porque si uno piensa que son un montón de bolitas chocando, podría haber diferentes temperaturas... Boltzmann dijo que si el movimiento era muy



Markarian en el billar.

desordenado, se producía una media en el dato físico de la temperatura, y por lo tanto esta en un ambiente era la misma", señala el investigador.

Los matemáticos retomaron el modelo de Boltzmann y elaboraron una teoría. Precisamente, fue la Escuela Probabilista soviética la que dio origen a estos estudios en los años sesenta. "En particular, Sinai pensó "¿para qué andar con muchas bolitas?" y decidió tomar solo dos bolitas y meterlas en una caja, para comprobar que ese movimiento también es desordenado. Retomó la teoría de Boltzmann pero la simplificó al extremo. Hay que tener en cuenta que en aquella época había quienes sostenían que la razón del desorden no era que el movimiento fuera desordenado, sino la gran cantidad de bolitas que había chocando entre sí. Sinai demostró que no importa su número: lo que genera el movimiento desordenado es el choque entre bolas esféricas", destaca Markarian, y agrega que posteriormente otros matemáticos fueron variando este modelo para estudiar otras propiedades del desorden.

Estudiar el desorden

Markarian explica que para entender los fenómenos caóticos o desordenados, lo primero es conocer a qué se refiere la palabra "orden". Esta revela sistemas que son predecibles, siempre que conozcamos sus condiciones iniciales. "Si uno prevé el lanzamiento de un cohete, debe construir un sistema que permita saber, por ejemplo, dónde va a estar ese cohete dentro de seis meses", ejemplifica el investigador. "Pues bien, ese sistema es ordenado porque se conoce muy bien lo que va a suceder a largo plazo, más allá de pequeños cambios al inicio o durante la trayectoria".



Libro antiguo sobre billares.

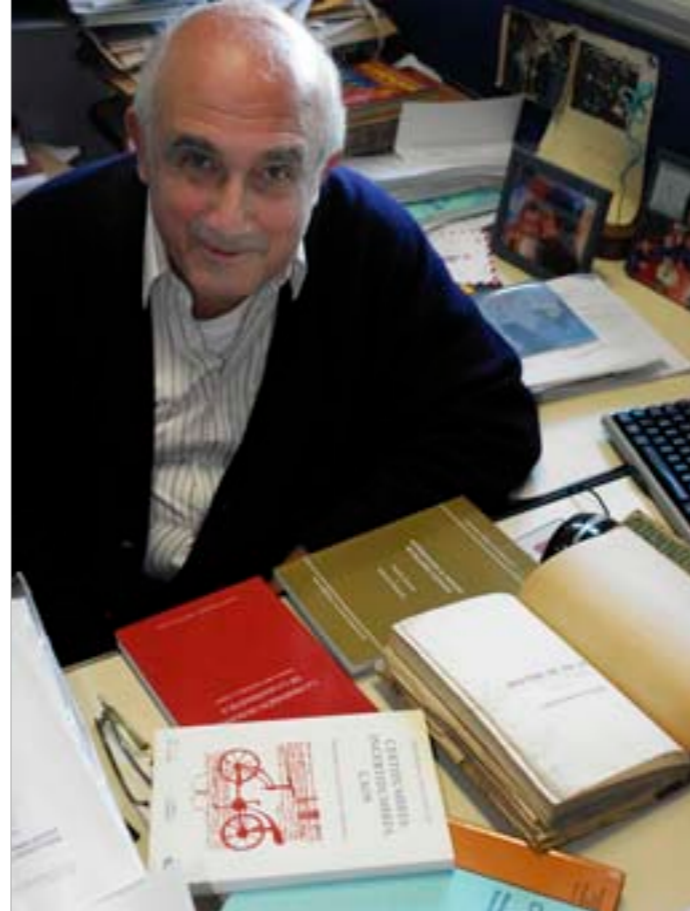
Pero, ¿qué sucede cuando un determinado sistema es difícil de predecir? Existen sistemas particularmente desordenados, como la atmósfera. "Cuando uno mira las nubes, es muy difícil prever cómo van a estar dentro de un rato. Eso tiene un gran impacto posterior, porque, entre otros datos, es el movimiento de las nubes el que permite prever el clima", resalta el investigador.

Precisamente, el efecto mariposa fue introducido por Lorenz cuando estaba estudiando fenómenos atmosféricos. "Estaba tratando de modelar la subida y bajada del aire caliente cuando observó que las ecuaciones que regían esos movimientos, eran ecuaciones cuyas soluciones tenían un comportamiento particularmente extraño: si uno se equivocaba un poco al principio surgían grandes variaciones más adelante, aunque todas las trayectorias se acercaban a un atractor. En lo práctico, significa que esos sistemas son difíciles de predecir", resalta Markarian. "Pero uno como científico quiere saber qué regularidades hay a pesar de ser impredecible. Nosotros los matemáticos aportamos herramientas formales para analizar esos fenómenos porque, a pesar de todo, hay ciertas regularidades".

Ahora bien, uno se puede preguntar: ¿por qué interesa estudiar el billar si quiero estudiar el clima? "Porque es una manera simplificada de estudiar el fenómeno. Los matemáticos queremos obtener resultados muy precisos, por eso simplificamos", señala Markarian, y agrega que la matemática suele tomar ejemplos de la vida cotidiana, los modela, los simplifica y los estudia con rigor.

Para estudiar el caos, los matemáticos tratan de delimitar rigurosamente sus posibles definiciones y clasificar distintos tipos de desorden: "Hay una jerarquía. Van desde movimientos poco desordenados hasta el extremo de fenómenos totalmente aleatorios o probabilísticos en los que uno no puede predecir casi nada. Se trata hasta de definir cuantitativamente el desorden; se intenta decir cuán frecuentemente pasan las trayectorias por determinadas regiones del espacio en el que se trabaja".

Los matemáticos quieren dar información de lo que va a pasar a largo plazo. Por eso, recientemente, Markarian realizó un estudio sobre la velocidad del desorden en fenómenos de billares. "Uno quiere saber cuánto hay que esperar para ver el desorden sobre un modelo determinado. La velocidad del desorden es muy importante porque si algo va a pasar en miles de años, nos importa menos que si va a suceder en media hora", concluye el investigador.



Markarian con sus libros.

Aplicaciones en otras disciplinas

La teoría del caos tiene aplicación práctica en diversas disciplinas. Markarian sostiene que en Ciencias Sociales la aplicación del término "caos" es más compleja porque en ocasiones no se delimita el término al nivel de rigurosidad que requiere la aplicación de las herramientas matemáticas. "Desde la matemática, uno intenta obtener resultados precisos y seguros sobre los fenómenos que se están estudiando. Colaboramos para hacer modelos sencillos que permitan predecir comportamientos, que tengan impacto posterior. Esto sirve para toda disciplina que estudie fenómenos desordenados", resalta.

Markarian destaca que la teoría del caos puede aportar mucho en disciplinas donde se trabaja con fenómenos impredecibles, como en economía. "Es difícil saber exactamente si el petróleo va a subir o bajar. Por eso, los grandes inversores contratan matemáticos. Se hacen gurús. Esto es común en las grandes Bolsas de Valores, por ejemplo, en Brasil", sostiene el investigador.

Además de la economía y otras ciencias sociales, los matemáticos aplican sus conocimientos sobre fenómenos caóticos en la meteorología y la astronomía, en la dinámica de fluidos, entre otras disciplinas. "En particular, para estudiar los rayos cósmicos estamos trabajando con billares con fronteras móviles, que son

A partir de la teoría del caos, los matemáticos estudian entre otras cosas la dinámica de las poblaciones, los fenómenos neuronales y la teoría del marcapasos. Además en las grandes Bolsas de Valores, los inversores están contratando matemáticos. "Se hacen gurús", dijo Markarian.

aquellos en los cuales los bordes se mueven periódicamente; lo que intentamos predecir es si la partícula alcanza grandes velocidades o no. Eso puede tener consecuencias gravísimas si ocurre en el espacio".

Otras ramas de estudio de los matemáticos a partir de la teoría del caos son la dinámica de poblaciones, los fenómenos neuronales y la teoría del marcapasos. Esta última está basada en ordenar posibles movimientos desordenados del corazón; por ese motivo hay muchos estudios en el área realizados por matemáticos. "El corazón es un músculo que se mueve con mucha regularidad. Por eso se intenta crear aparatos que indiquen que el corazón está funcionando mal y que hagan algo para que siga marchando con regularidad", destaca Markarian.

Finalmente, el investigador resalta que lo contactan profesionales de diversas disciplinas para dictar conferencias sobre su especialidad. "El caos está de moda", concluye. ■

TEORÍA MATEMÁTICA DE LOS BILLARES

Una pelota rebotando contra dos obstáculos: un ligero error en el ángulo de disparo inicial puede resultar en un dramático desvío al cabo de pocos rebotes. Los llamados "pinballs" (billares automáticos) son juegos de azar ya que basan su carácter aleatorio en esta propiedad que está en la base del estudio de los billares caóticos.